ELISABETHSCHULE Gymnasium der Universitätsstadt Marburg/Lahn

α

Funktionen, Gleichungen, geometrische Körper und Trigonometrie

Hilfsmittel: Nicht programmierbarer Taschenrechner
Hinweise: Bei allen Rechnungen ist ein exaktes oder ggf. ein sinnvoll gerundetes Ergebnis anzugeben. Der Rechenweg ist in jedem Falle Teil der Lösung und der Bepunktung.

Name: ______________________________

❶ Rechengesetze für Potenzen und Wurzeln

Vereinfache folgende Terme mit Hilfe der Potenzgesetze so weit wie möglich. Es sollen keine negativen Exponenten, Klammern oder Wurzelausdrücke mehr vorkommen.

a) $a^3 \cdot a^5 =$ 1 P.

b) $s^{\frac{1}{4}} \cdot s^{-2} =$ 1 P.

c) $(2y^4)^{-2} =$ 2 P.

d) $\frac{x^3}{y^0} \cdot \frac{y^{-2}}{x^{-1}} : \frac{x^4}{y} =$ 3 P.

e) $\sqrt{\left(\sqrt[3]{x}\right)^6}$ 3 P.

➲ ___/10 P.

❷ Lösen von Potenzgleichungen

Gib die Lösungsmenge folgender Gleichungen an.

a) $(x - 2{,}2)^3 = 64$ 2 P.

b) $\sqrt[3]{(3 + y^4)^3} = 19$ 3 P.

➲ __/5 P.

❸ Quadratische Gleichungen im funktionalen Zusammenhang

Gegeben sind die Funktionen $f(x) = -2x^2 + 12x + 30$ sowie $g(x) = 4x + 20$

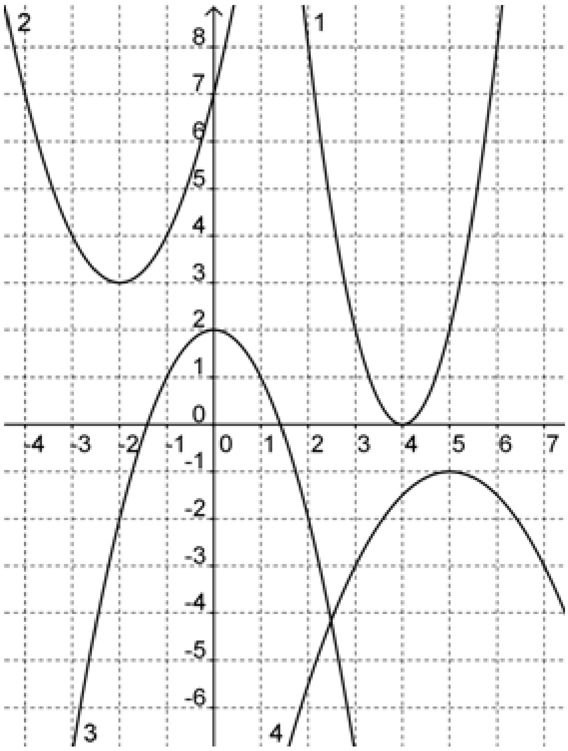
a) Prüfe, ob die Punkte P (–1 | 20) und Q (3 | 64) auf dem Graphen von f liegen. 2 P.

b) Berechne die Schnittpunkte von f und g. 4 P.

c) Bestimme a so, dass der Punkt R (a |31) auf dem Graphen von g liegt. 2 P.

➲ __/8 P.

4 Graphen von quadratischen Funktionen



a) Gib für die quadratischen Funktionen (1) bis (4) je einen Funktionsterm an.

1) ________________________ 1,5 P.

2) ________________________ 1,5 P.

3) ________________________ 1,5 P.

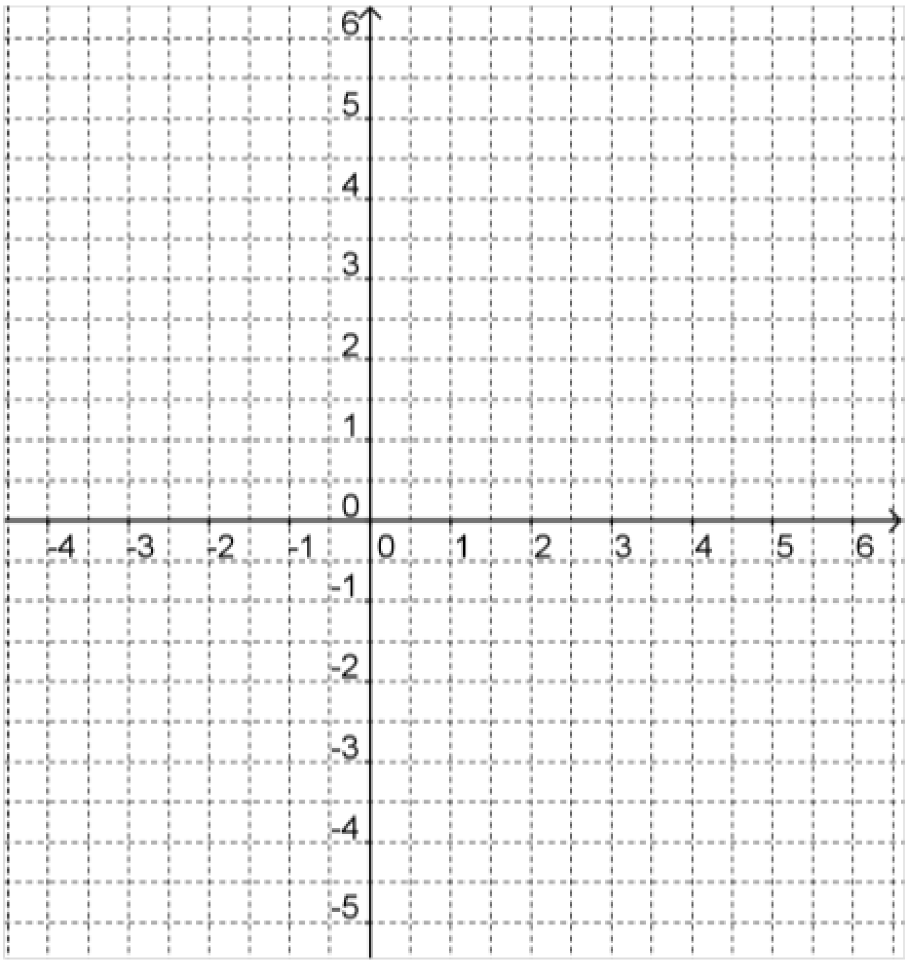
4) ________________________ 1,5 P.

b) Zeichne in das unten stehende Koordinatensystem die Graphen der folgenden Funktionen

1) $f(x) = -2\,(x + 2)^2 + 5$ 3 P.

2) Eine nach unten geöffnete Normalparabel mit dem Scheitelpunkt S (2 | –1). 1,5 P.

3) Eine nach oben geöffnete Normalparabel mit den Nullstellen bei $x_1 = 2$ und $x_2 = 4$. 1,5 P.



➲ ___/12 P.

5 Geometrische Körper

Laut Reglement muss ein Fußball einen Durchmesser von mindestens 21,6 cm bis höchstens 22,3 cm besitzen.

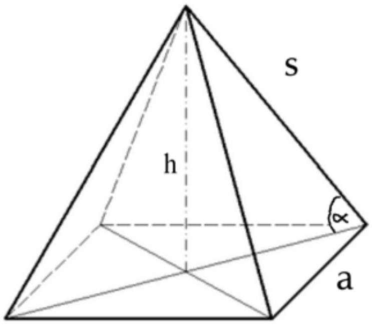
a) Wie groß ist das Volumen beim „minimalen“ und „maximalen” Ball? Um wie viel Prozent ist das Volumen beim Mindestmaß kleiner als beim Höchstmaß? 5 P.

b) Eine Firma produziert täglich 400 Bälle mit dem Höchstmaß. Wie viel m^2 Leder werden verbraucht? 4 P.

➲ __/9 P.

6 Anwendungen der Trigonometrie

1) Gegeben ist eine quadratische Pyramide mit einem Volumen von 64 cm^3. Die Höhe ist dreimal so lang wie die Grundkante.

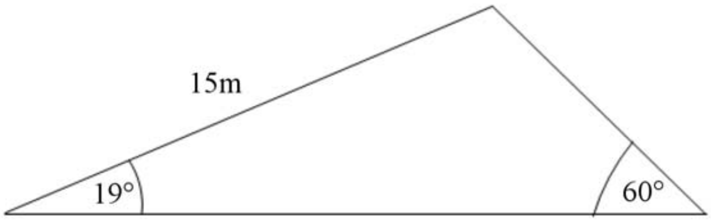


a) Berechne die Länge der Grundkante a und der Höhe h. 4 P.

b) Bestimme sodann die Länge der Seitenkante s (kann mit Pythagoras gelöst werden, aber: Aufpassen!!). 3 P.
(Gelingt die Bestimmung von a nicht, so kann in Aufgabe b mit folgendem Wert weitergerechnet werden: a = 4 cm)

c) Berechne den Neigungswinkel der Seiten*kante* gegenüber der Grundfläche. 3 P.
(Gelingt die Bestimmung von h und s nicht, so kann in Aufgabe c mit folgenden Werten weitergerechnet werden: h = 10 cm, s = 12 cm)

2) Auf einem Dach einer Lagerhalle ist die Anbringung einer Solaranlage geplant. Damit die Dachfläche auf der Südseite etwas größer wird, ist das Dach unsymmetrisch gebaut worden (siehe Skizze, sie ist nicht maßstabsgerecht).



Berechne alle fehlenden Längen und Winkel des gezeigten Dachquerschnitts sowie die Höhe des Dachbodens. 6 P.

➲ ___/16 P.

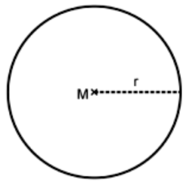
Σ = 60 P.

Note	1+	1	1–	2+	2	2–	3+	3	3–	4+	4	4–	5+	5	5–	6	Ø
Punkte	60	–	51	50,5	–	42	41,5	–	33	32,5	–	24	23,5	–	11,5	<11,5	
Anzahl																	

»Viel Erfolg!«

Auf der Rückseite: Formelsammlung

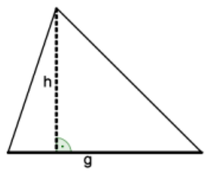
Kreis



$A = \pi \cdot r^2$

$U = 2 \cdot \pi \cdot r$

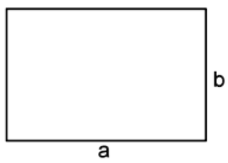
Dreieck



$A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$

$U = a + b + c$

Rechteck

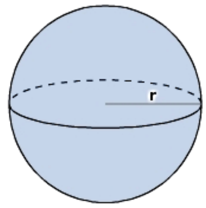


$A = a \cdot b$

$U = 2 \cdot (a+b)$

$\quad = 2a + 2b$

Kugel

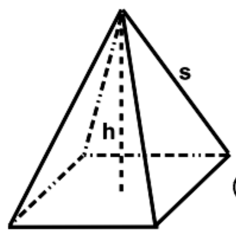


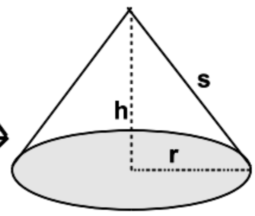
$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

$O = 4\pi r^2$

Pyramide bzw. Kegel

(Grundfläche G ist ein Vieleck bzw. ein Kreis)





$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$

$O = G + M$

Kegelmantel

$M = \pi \cdot r \cdot s$

β

Funktionen, Gleichungen, geometrische Körper und Trigonometrie

Hilfsmittel: Nicht programmierbarer Taschenrechner
Hinweise: Bei allen Rechnungen ist ein exaktes oder ggf. ein sinnvoll gerundetes Ergebnis anzugeben. Der Rechenweg ist in jedem Falle Teil der Lösung und der Bepunktung.

Name: ________________________________

❶ Rechengesetze für Potenzen und Wurzeln

Vereinfache folgende Terme mit Hilfe der Potenzgesetze so weit wie möglich. Es sollen keine negativen Exponenten, Klammern oder Wurzelausdrücke mehr vorkommen.

a) $y^5 \cdot y^2 =$ 1 P.

b) $s^{-2} \cdot s^{\frac{1}{5}} =$ 1 P.

c) $(3a^3)^{-2} =$ 2 P.

d) $\frac{y^{-3}}{x^{-2}} \cdot \frac{x^3}{y^0} : \frac{x^5}{y} =$ 3 P.

e) $\sqrt[3]{\left(\sqrt{z}\right)^6}$ 3 P.

➲ ___/10 P.

❷ Lösen von Potenzgleichungen

Gib die Lösungsmenge folgender Gleichungen an.

a) $(x - 2{,}8)^3 = 125$ 2 P.

b) $\sqrt[3]{(y^4 - 17)^3} = 64$ 3 P.

➲ __/5 P.

❸ Quadratische Gleichungen im funktionalen Zusammenhang

Gegeben sind die Funktionen $f(x) = -2x^2 + 14x + 40$ sowie $g(x) = 2x + 26$

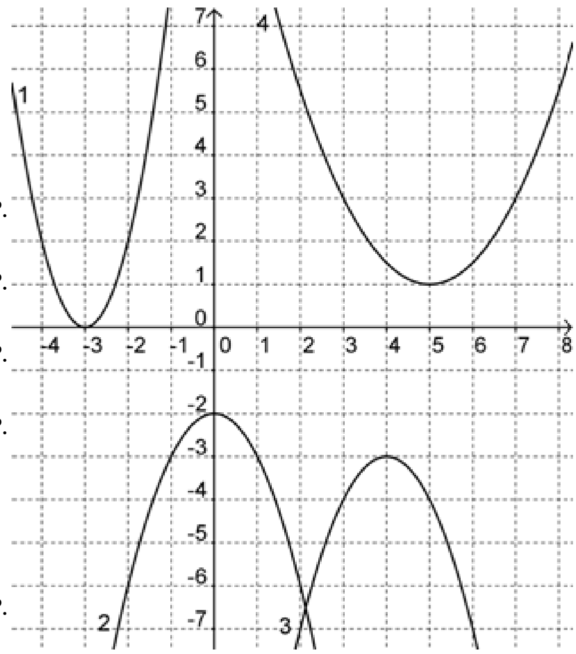
a) Prüfe, ob die Punkte P (–1 | 20) und Q (3 | 64) auf dem Graphen von f liegen. 2 P.

b) Berechne die Schnittpunkte von f und g. 4 P.

c) Bestimme a so, dass der Punkt R (a |31) auf dem Graphen von g liegt. 2 P.

➲ __/8 P.

4 Graphen von quadratischen Funktionen



a) Gib für die quadratischen Funktionen (1) bis (4) je einen Funktionsterm an.

1) ______________________ 1,5 P.

2) ______________________ 1,5 P.

3) ______________________ 1,5 P.

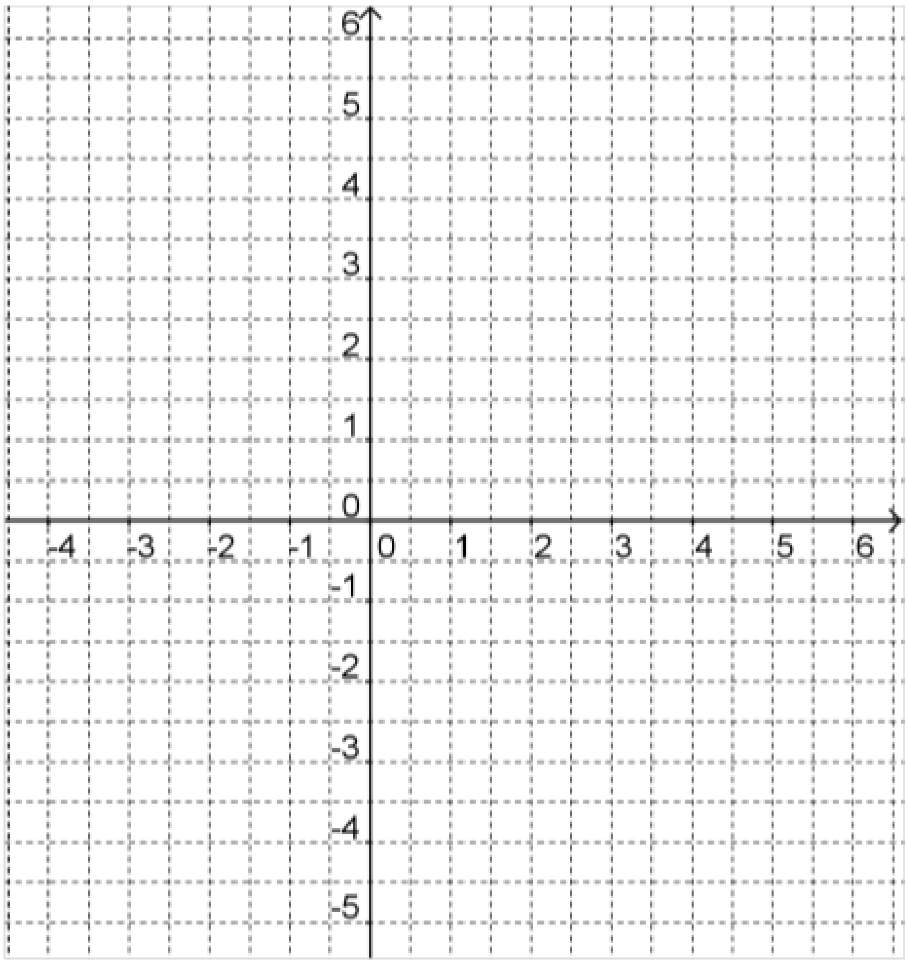
4) ______________________ 1,5 P.

b) Zeichne in das unten stehende Koordinatensystem die Graphen der folgenden Funktionen

1) $f(x) = -2\,(x + 2)^2 + 4$ 3 P.

2) Eine nach unten geöffnete Normalparabel mit dem Scheitelpunkt $S\,(3 \mid -1)$. 1,5 P.

3) Eine nach oben geöffnete Normalparabel mit den Nullstellen bei $x_1 = 1$ und $x_2 = 3$. 1,5 P.



➲ ___/12 P.

❺ **Geometrische Körper**

Laut Reglement muss ein Fußball einen Durchmesser von mindestens 21,6 cm bis höchstens 22,3 cm besitzen.

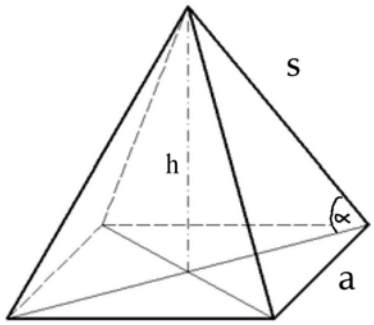
a) Wie groß ist das Volumen beim „minimalen“ und „maximalen” Ball? Um wie viel Prozent ist das Volumen beim Mindestmaß kleiner als beim Höchstmaß? 5 P.

b) Eine Firma produziert täglich 400 Bälle mit dem Höchstmaß. Wie viel m^2 Leder werden verbraucht? 4 P.

➲ __/9 P.

❻ **Anwendungen der Trigonometrie**

1) Gegeben ist eine quadratische Pyramide mit einem Volumen von 64 cm^3. Die Höhe ist dreimal so lang wie die Grundkante.

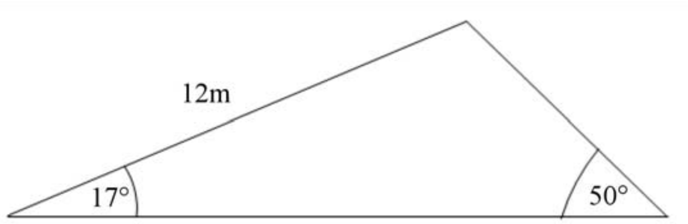


a) Berechne die Länge der Grundkante a und der Höhe h. 4 P.

b) Bestimme sodann die Länge der Seitenkante s (kann mit Pythagoras gelöst werden, aber: Aufpassen!!). 3 P.
(Gelingt die Bestimmung von a nicht, so kann in Aufgabe b mit folgendem Wert weitergerechnet werden: a = 4 cm)

c) Berechne den Neigungswinkel der Seiten*kante* gegenüber der Grundfläche. 3 P.
(Gelingt die Bestimmung von h und s nicht, so kann in Aufgabe c mit folgenden Werten weitergerechnet werden: h = 10 cm, s = 12 cm)

2) Auf einem Dach einer Lagerhalle ist die Anbringung einer Solaranlage geplant. Damit die Dachfläche auf der Südseite etwas größer wird, ist das Dach unsymmetrisch gebaut worden (siehe Skizze, sie ist nicht maßstabsgerecht).



Berechne alle fehlenden Längen und Winkel des gezeigten Dachquerschnitts sowie die Höhe des Dachbodens. 6 P.

➲ ___/16 P.

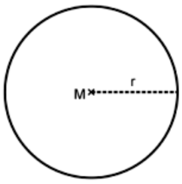
Σ = 60 P.

Note	1+	1	1–	2+	2	2–	3+	3	3–	4+	4	4–	5+	5	5–	6	Ø
Punkte	60	–	51	50,5	–	42	41,5	–	33	32,5	–	24	23,5	–	11,5	<11,5	
Anzahl																	

»Viel Erfolg!«

Auf der Rückseite: Formelsammlung

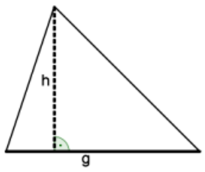
Kreis



$A = \pi \cdot r^2$

$U = 2 \cdot \pi \cdot r$

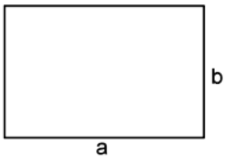
Dreieck



$A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$

$U = a + b + c$

Rechteck

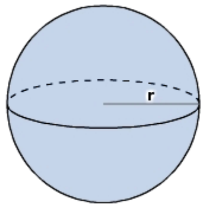


$A = a \cdot b$

$U = 2 \cdot (a+b)$

$= 2a + 2b$

Kugel

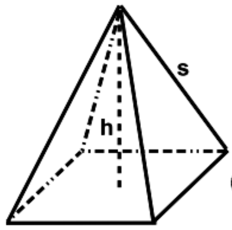


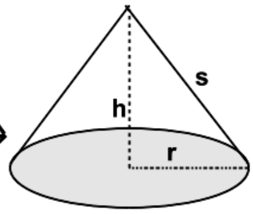
$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

$O = 4\pi r^2$

Pyramide bzw. Kegel

(Grundfläche G ist ein Vieleck bzw. ein Kreis)





$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$

$O = G + M$

Kegelmantel

$M = \pi \cdot r \cdot s$