

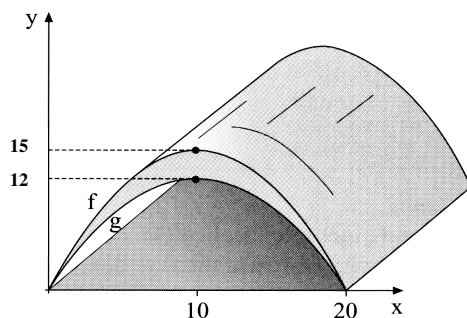
Hilfsmittel: Formelsammlung und nicht programmierbarer Taschenrechner.

Bei allen Rechnungen ist ein exaktes und ggf. ein auf drei Dezimalstellen gerundetes Ergebnis anzugeben.

1. Gegeben sind die beiden Funktionen $f(x) = x^3 - x$ und $g(x) = -x^3 + x^2$.
Skizzieren Sie die Graphen (ohne Kurvendiskussion, nur anhand der Nullstellen) und berechnen Sie die von beiden Graphen eingeschlossene Fläche. (Zwischenergebnis: Die Schnittstellen betragen $-0,5$; 0 und 1 . Diese müssen bestimmt werden!) (14 BE)

2. Eine 60 m lange Sporthalle soll ein Dach mit parabelförmigem Querschnitt bekommen. Der Querschnitt wird durch die Funktion $g(x) = -\frac{3}{25}x^2 + \frac{12}{5}x$ beschrieben (s. Abb.).

Statt der ursprünglich geplanten Dachhöhe von 12 m soll das Dach jetzt 15 m hoch werden. Wie groß ist der Zugewinn an Volumen durch diese Änderung?



(Zur Kontrolle: $f(x) = -\frac{3}{20}x^2 + 3x$, diese muss bestimmt werden!) (16 BE)

3. Die jährlichen Kosten im Gesundheitswesen eines Landes betragen derzeit $K_0 = 30$ Mrd. €. Falls keine Maßnahmen ergriffen werden, steigen diese Kosten kontinuierlich weiter an und können näherungsweise durch die Wachstumsfunktion: $k(t) = 30 \cdot 1,02^t$ (t in Jahren) beschrieben werden.

- a) (1) Wie hoch werden die jährlichen Gesundheitskosten (in Mrd. €€ in 10 Jahren sein?)
(2) Nach welcher Zeit erreichen sie erstmals die 150-Milliarden-Grenze?
(3) Wie hoch ist das Wachstum der jährlichen Gesundheitskosten zur Zeit $t = 10$? (Ableitungsfunktion!) (10 BE)

- b) Skizzieren Sie mit Hilfe von 5 geeigneten Funktionswerten den Graphen der Funktion $k(t)$ für $t \in [0; 20]$ und schätzen Sie die Summe der jährlichen Gesundheitskosten näherungsweise mit Hilfe einer **Untersumme** aus 4 Summanden.

Genauer lassen sich die Gesamtkosten $K(t)$ mehrerer Jahre als Integral der jährlichen Kosten $k(t)$ berechnen. Wie viel Geld würden demnach in den nächsten 20 Jahren für den Gesundheitsbereich ausgegeben? (11 BE)

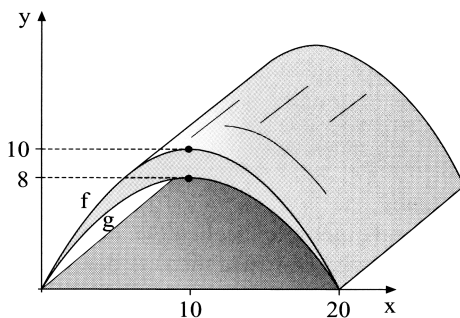
- c) Die jährlichen Einnahmen einer Krankenkasse werden durch $f(t) = 500 \cdot 1,05^t$ und die jährlichen Ausgaben durch $g(t) = 500 \cdot 1,02^t$ prognostiziert, wobei Einnahmen und Ausgaben in diesem Jahr 500 Mio. € betragen. Berechnen Sie die eingeschlossene Fläche der beiden Funktionen f und g im Intervall $[0; 10]$. Interpretieren Sie das Ergebnis der Integration. (9 BE)

Viel Erfolg !

Hilfsmittel: Formelsammlung und nicht programmierbarer Taschenrechner.

Bei allen Rechnungen ist ein exaktes und ggf. ein auf drei Dezimalstellen gerundetes Ergebnis anzugeben.

- Gegeben sind die beiden Funktionen $f(x) = -x^3 + x$ und $g(x) = x^3 - x^2$.
Skizzieren Sie die Graphen (ohne Kurvendiskussion, nur anhand der Nullstellen) und berechnen Sie die von beiden Graphen eingeschlossene Fläche. (Zwischenergebnis: Die Schnittstellen betragen $-0,5$; 0 und 1 . Diese müssen bestimmt werden!) (14 BE)
- Eine 60 m lange Sporthalle soll ein Dach mit parabelförmigem Querschnitt bekommen. Der Querschnitt wird durch die Funktion $g(x) = -\frac{2}{25}x^2 + \frac{8}{5}x$ beschrieben (s. Abb.).
Statt der ursprünglich geplanten Dachhöhe von 8 m soll das Dach jetzt 10 m hoch werden. Wie groß ist der Zugewinn an Volumen durch diese Änderung?



(Zur Kontrolle: $f(x) = -\frac{1}{10}x^2 + 2x$, diese muss bestimmt werden!) (16 BE)

- Die jährlichen Kosten im Gesundheitswesen eines Landes betragen derzeit $K_0 = 20$ Mrd. €. Falls keine Maßnahmen ergriffen werden, steigen diese Kosten kontinuierlich weiter an und können näherungsweise durch die Wachstumsfunktion: $k(t) = 20 \cdot 1,02^t$ (t in Jahren) beschrieben werden.
 - (1) Wie hoch werden die jährlichen Gesundheitskosten (in Mrd. €€ in 10 Jahren sein?)
(2) Nach welcher Zeit erreichen sie erstmals die 100-Milliarden-Grenze?
(3) Wie hoch ist das Wachstum der jährlichen Gesundheitskosten zur Zeit $t = 10$? (Ableitungsfunktion!) (10 BE)
 - Skizzieren Sie mit Hilfe von 5 geeigneten Funktionswerten den Graphen der Funktion $k(t)$ für $t \in [0; 20]$ und schätzen Sie die Summe der jährlichen Gesundheitskosten näherungsweise mit Hilfe einer **Obersumme** aus 4 Summanden.
Genauer lassen sich die Gesamtkosten $K(t)$ mehrerer Jahre als Integral der jährlichen Kosten $k(t)$ berechnen. Wie viel Geld würden demnach in den nächsten 20 Jahren für den Gesundheitsbereich ausgegeben? (11 BE)
 - Die jährlichen Ausgaben einer Krankenkasse werden durch $g(t) = 500 \cdot 1,05^t$ und die jährlichen Einnahmen durch $f(t) = 500 \cdot 1,02^t$ prognostiziert, wobei Einnahmen und Ausgaben in diesem Jahr 500 Mio. € betragen. Berechnen Sie die eingeschlossene Fläche der beiden Funktionen f und g im Intervall $[0; 10]$. Interpretieren Sie das Ergebnis der Integration. (9 BE)

Viel Erfolg !