Name: **Vergleichsarbeit Q2-M-LK**

Hinweis: Rechenwege mit Symbolen und Kommentaren gehören zum Lösungsweg.
Größen sind exakt und gegebenenfalls auf zwei Dezimalstellen gerundet anzugeben.
Hilfsmittel: Formelsammlung und Taschenrechner.

1. Pyramide im Koordinatensystem (15/16/13) => 45 BE

Durch die Gleichung: E_a $3a \cdot x + 4a \cdot y + 5 \cdot z = 15a;\ a \in R\backslash\{0\}$, ist eine Schar von Ebenen E_a gegeben.

a) (1) ***Bestimmen*** Sie den Parameter a so, dass die Ebene E_a durch den Punkt A(2|1|1) verläuft.

(2) ***Berechnen*** Sie allgemein die Spurpunkte einer Ebenen E_a und **deuten** Sie dieses Ergebnis hinsichtlich der gegenseitigen Lage der Ebenen der Schar.

(3) Prüfen Sie, ob die Ebene F, welche die Punkte B(5/0/0) und C(0/3,75/0) enthält und parallel zur z-Achse verläuft, zur Ebenenschar gehört.

b) (1) ***Zeichnen*** Sie die Spurpunkte $S_x(5/0/0)$, $S_y(0/3{,}75/0)$ und $S_z(0/0/3)$ der Ebene $\mathbf{E_1}$ und deren Verbindungsstrecken (Spurdreieck) in das rechte Koordinatensystem ein.

(2) Die Spurpunkte S_x, S_y, S_z bilden gemeinsam mit dem Koordinatenursprung O eine Pyramide. ***Berechnen*** Sie das Volumen der Pyramide (***Kontrolllösung***: V = 9,375 VE).

(3) ***Erklären*** Sie die **Bedeutungen** der Gleichungen (A) bis (D) **sowie** des Punktes P im nebenstehenden Kasten im Sachzusammenhang.

(4) ***Zeichnen*** Sie den Punkt P und die Gerade g in b) (1) ein und ***berechnen*** Sie den Flächeninhalt des Dreiecks $S_x\, S_y\, S_z$.

(A) g: $\vec{x} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}3\\4\\5\end{pmatrix}, r \in R$

(B) 3·(3r) + 4 (4r) + 5 (5r) = 15

(C) $r = \frac{3}{10}$ => $P\left(\frac{9}{10} \,\middle|\, \frac{12}{10} \,\middle|\, \frac{15}{10}\right)$

(D) $\left|\overrightarrow{OP}\right| = \cdots = \sqrt{4{,}5} \approx 2{,}1$ (LE)

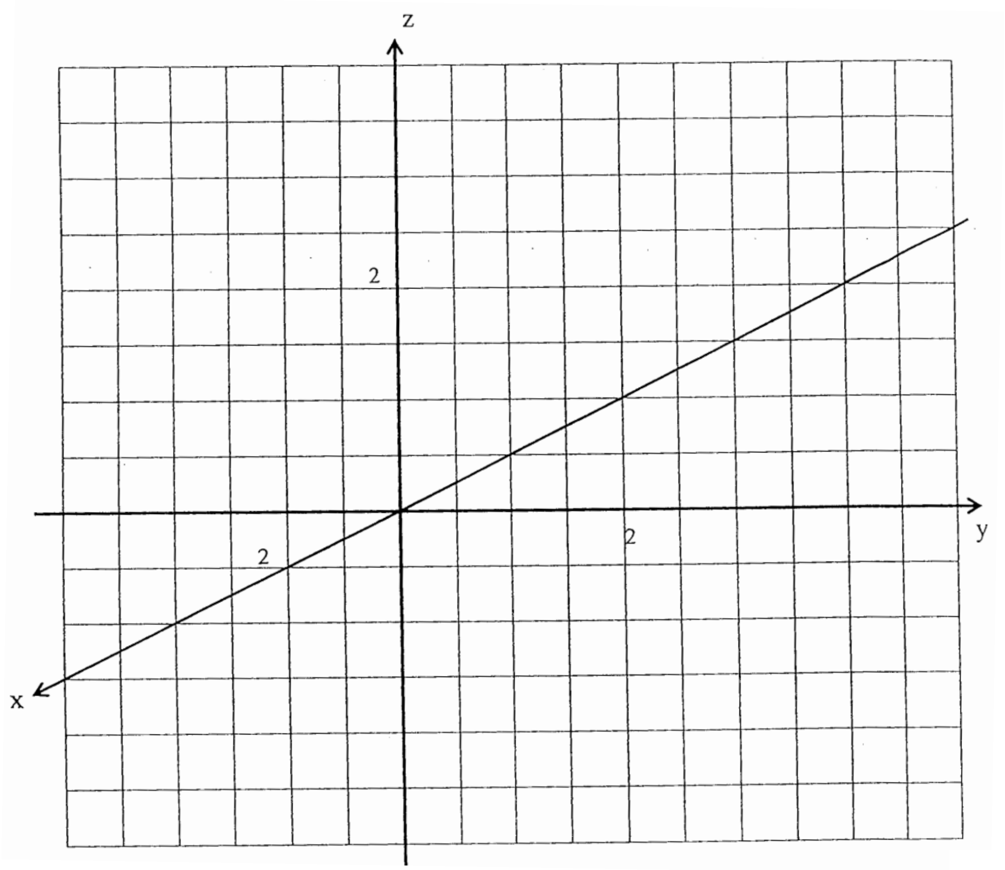
c) Die Winkel, die ein Ortsvektor $\vec{x}$ mit den Vektoren $\overrightarrow{e_x} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \overrightarrow{e_y} = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{e_z} = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ bildet, seien der Reihe nach α, β und γ. Ihre Kosinuswerte heißen Richtungskosinusse.

(1) Für $\vec{n} = \begin{pmatrix}3\\4\\5\end{pmatrix}$ gilt $\cos(\beta) = \frac{4}{\sqrt{50}}$ und $\cos(\gamma) = \frac{5}{\sqrt{50}}$. ***Brechnen*** Sie den fehlenden Richtungskosinus von α und ***zeigen*** Sie, dass die Summe ihrer Quadrate eins ist. ***Kennzeichnen*** Sie die Lage des Winkels α in Ihrer Zeichnung.

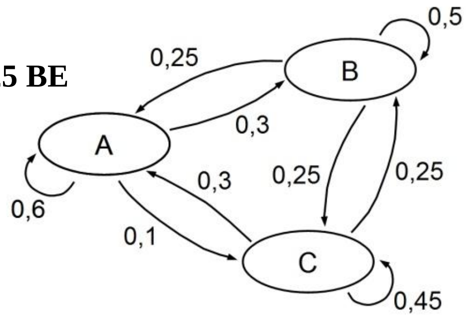
(2) ***Zeigen*** Sie, dass für einen beliebigen Vektor $\vec{x} = \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$ gilt:

$$cos^2(\alpha)+cos^2(\beta) + cos^2(\gamma) = 1$$

Datum: 25.6.15
A



2. Übergangsprozesse eines Autoverleihers (18/7) => 25 BE



a) Ein Autoverleih vermietet Autos der drei Marken A, B und C. Im Übergangsgraphen ist das monatliche Wechselverhalten der Kunden zwischen den drei Automarken dargestellt.

(1) **Vervollständigen** Sie die Übergangsmatrix A = $\begin{pmatrix} 0{,}6 & a_{12} & 0{,}3 \\ 0{,}3 & a_{22} & 0{,}25 \\ 0{,}1 & a_{32} & 0{,}45 \end{pmatrix}$ und **geben** Sie die Bedeutungen der fehlenden Koeffizienten in Sachzusammenhang **an**.

(2) In Frankfurt hat der Konzern in diesem Monat 70 Fahrzeuge von A, 60 von B und 60 von C vermietet. ***Bestimmen*** Sie die Zahlen im Vormonat und im nächsten Monat.

(3) In Hamburg hat der Konzern 85 Fahrzeuge von A, 76 von B und 50 von C vermietet. ***Bestimmen*** Sie die Zahlen für die nächsten 2 Monate und ***interpretieren*** Sie das Ergebnis.

b) Der Autovermieter hat die drei Standorte Marburg, Gießen und Fritzlar. Für den täglichen Wechsel der Fahrzeuge gilt die Übergangsmatrix A = $\begin{pmatrix} 0{,}6 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0{,}2 & 0{,}7 & 0{,}4 \\ 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}4 \end{pmatrix}$.
Dabei geben die Spalten die Fahrzeuganteile an, die von Marburg, Gießen und Fritzlar am nächsten Tag nach Marburg, Gießen und Fritzlar wechseln werden. ***Bestimmen*** Sie die langfristige Fahrzeugverteilung.

Viel Erfolg!

Name: **Vergleichsarbeit Q2-M-LK**

Hinweis: Rechenwege mit Symbolen und Kommentaren gehören zum Lösungsweg.
Größen sind exakt und gegebenenfalls auf zwei Dezimalstellen gerundet anzugeben.
Hilfsmittel: Formelsammlung und Taschenrechner.

1. Pyramide im Koordinatensystem (15/16/13) => 45 BE

Durch die Gleichung: E_a $3a \cdot x + 4 \cdot y + 5a \cdot z = 15a;\ a \epsilon R\backslash\{0\}$, ist eine Schar von Ebenen E_a gegeben.

a) (1) ***Bestimmen*** Sie den Parameter a so, dass die Ebene E_a durch den Punkt A(2|1|1) verläuft.

(2) ***Berechnen*** Sie allgemein die Spurpunkte einer Ebenen E_a und **deuten** Sie dieses Ergebnis hinsichtlich der gegenseitigen Lage der Ebenen der Schar.

(3) Prüfen Sie, ob die Ebene F, welche die Punkte B(5/0/0) und C(0/0/3) enthält und parallel zur y-Achse verläuft, zur Ebenenschar gehört.

b) (1) ***Zeichnen*** Sie die Spurpunkte S_x(5/0/0), S_y(0/3,75/0) und S_z(0/0/3) der Ebene $\mathbf{E_1}$ und deren Verbindungsstrecken (Spurdreieck) in das rechte Koordinatensystem ein.

(2) Die Spurpunkte S_x, S_y, S_z bilden gemeinsam mit dem Koordinatenursprung O eine Pyramide. ***Berechnen*** Sie das Volumen der Pyramide (***Kontrolllösung***: V = 9,375 VE).

(3) ***Erklären*** Sie die **Bedeutungen** der Gleichungen (A) bis (D) **sowie** des Punktes P im nebenstehenden Kasten im Sachzusammenhang.

(4) ***Zeichnen*** Sie den Punkt P und die Gerade g in b) (1) ein und ***berechnen*** Sie den Flächeninhalt des Dreiecks $S_x\ S_y\ S_z$.

(A) g: $\vec{x} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}3\\4\\5\end{pmatrix}, r \in R$

(B) 3·(3r) + 4 (4r) + 5 (5r) = 15

(C) r = $\frac{3}{10}$ => P$\left(\frac{9}{10}\ \middle|\ \frac{12}{10}\ \middle|\ \frac{15}{10}\right)$

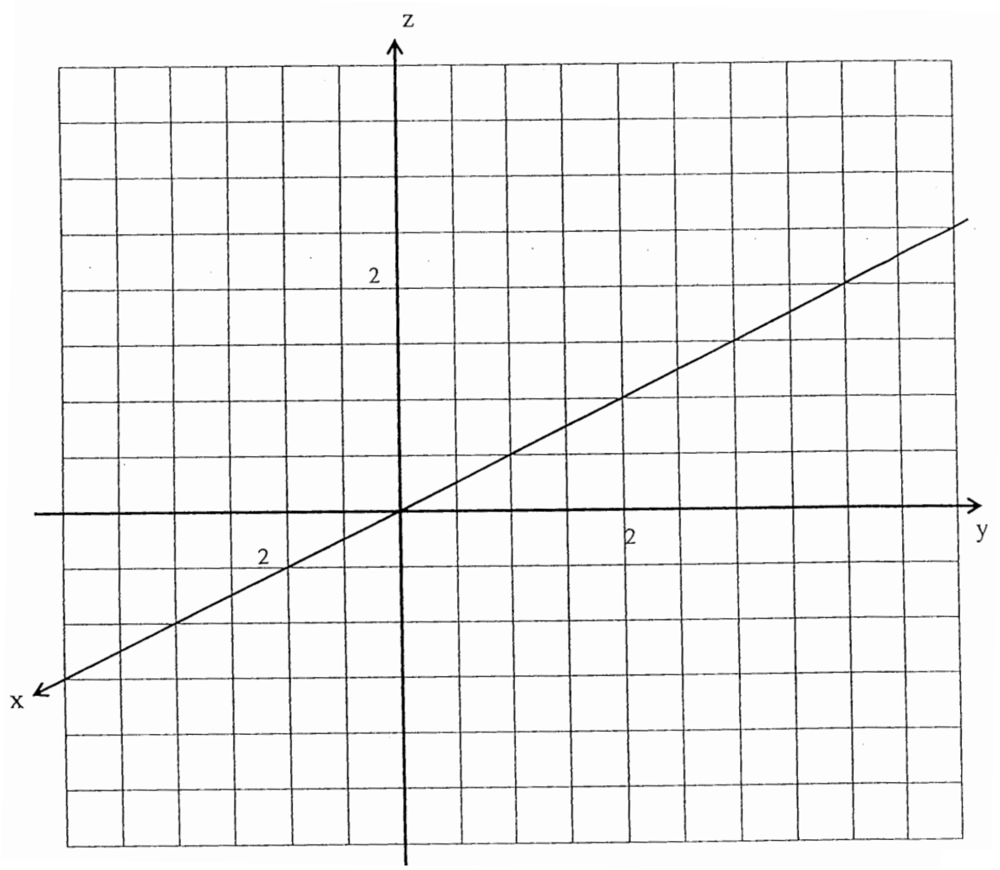
(D) $\left|\overrightarrow{OP}\right| = \cdots = \sqrt{4{,}5} \approx 2{,}1$ (LE)

c) Die Winkel, die ein Ortsvektor $\vec{x}$ mit den Vektoren $\overrightarrow{e_x} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \overrightarrow{e_y} = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{e_z} = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ bildet, seien der Reihe nach α, β und γ. Ihre Kosinuswerte heißen Richtungskosinusse.

(1) Für $\vec{n} = \begin{pmatrix}3\\4\\5\end{pmatrix}$ gilt $\cos(\alpha) = \frac{3}{\sqrt{50}}$ und $\cos(\beta) = \frac{4}{\sqrt{50}}$. ***Brechnen*** Sie den fehlenden Richtungskosinus von γ und ***zeigen*** Sie, dass die Summe ihrer Quadrate eins ist. ***Kennzeichnen*** Sie die Lage des Winkels γ in Ihrer Zeichnung.

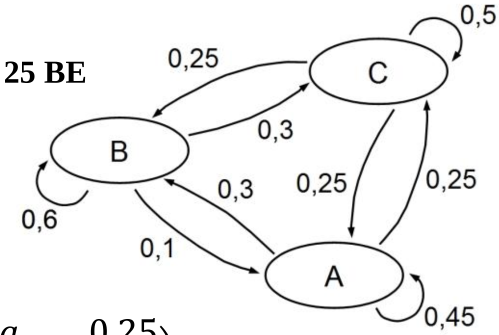
(2) ***Zeigen*** Sie, dass für einen beliebigen Vektor $\vec{x} = \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$ gilt:

$$cos^2(\alpha)+cos^2(\beta) + cos^2(\gamma) = 1$$



Datum: 25.6.15
B

2. Übergangsprozesse eines Autoverleihers (18/7) => 25 BE



a) Ein Autoverleih vermietet Autos der drei Marken A, B und C. Im Übergangsgraphen ist das monatliche Wechselverhalten der Kunden zwischen den drei Automarken dargestellt.

(1) **Vervollständigen** Sie die Übergangsmatrix A = $\begin{pmatrix} 0{,}45 & a_{12} & 0{,}25 \\ 0{,}3 & a_{22} & 0{,}25 \\ 0{,}25 & a_{32} & 0{,}5 \end{pmatrix}$ und **geben** Sie die Bedeutungen der fehlenden Koeffizienten in Sachzusammenhang **an**.

(2) In Frankfurt hat der Konzern in diesem Monat 60 Fahrzeuge von A, 70 von B und 60 von C vermietet. ***Bestimmen*** Sie die Zahlen im Vormonat und im nächsten Monat.

(3) In Hamburg hat der Konzern 50 Fahrzeuge von A, 85 von B und 76 von C vermietet. ***Bestimmen*** Sie die Zahlen für die nächsten 2 Monate und ***interpretieren*** Sie das Ergebnis.

b) Der Autovermieter hat die drei Standorte Marburg, Gießen und Fritzlar. Für den täglichen Wechsel der Fahrzeuge gilt die Übergangsmatrix A = $\begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}2 \\ 0{,}7 & 0{,}2 & 0{,}4 \\ 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}4 \end{pmatrix}$.
Dabei geben die Spalten die Fahrzeuganteile an, die von Marburg, Gießen und Fritzlar am nächsten Tag nach Marburg, Gießen und Fritzlar wechseln werden. ***Bestimmen*** Sie die langfristige Fahrzeugverteilung.

Viel Erfolg!